Prognosemethoden

Inhalt

1. Einleitung

Warum Prognosen in der Finanzwirtschaft?

- Höhe und Zeitpunkt von Ein- und Auszahlungen
- Risiko

Prognosetechniken

- Subjektive Verfahren
- Extrapolierende Verfahren
- Kausale Verfahren

2. Subjektive Planzahlenbestimmung

- Basiert auf menschlichen Erfahrungen und Einschätzungen der Zukunft → subjektive Prognose
- Planwerte durch Urteil von „Experten“
- Keine mathematisch-statistischen Verfahren
- Einzelurteil oder (abhängiges/unabhängiges) Gruppenurteil
- Anwendung z.B. für langfristige Planung des Absatzes oder die Beurteilung von Innovationen

3. Extrapolierende Verfahren

- Untersuchung, ob zeitliche Entwicklung einer Größe bestimmte Gesetzmäßigkeiten aufweißt → Zeitreihenanalyse
- Vergangenheitswerte werden mithilfe einer mathematischen Funktion in die Zukunft projiziert
- Keine Kausalüberlegungen
- Einflüsse der Vergangenheit wirken auch weitgehend unverändert in der Zukunft

3. Extrapolierende Verfahren

- Zeitreihe (y_t) setzt sich zusammen aus: $y_t = f(u_t, z_t, s_t, r_t)$
  - u_t: Trendkomponente
  - z_t: zyklische Komponente
  - s_t: Saisonkomponente
  - r_t: irreguläre Komponente
- Treten alle Komponenten gleichzeitig auf ist die Analyse sehr erschwert

3.1 Trendanalyse

(i) Einfache Mittelwertbildung

(ii) Verfahren der gleitenden Durchschnitte

(iii) Methode der kleinsten quadratischen Abweichung

(iv) Exponentielle Glättung erster Ordnung

(v) Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Trend

(vi) Langfristige Vorhersageverfahren

3.1 Trendanalyse

(i) Einfache Mittelwertbildung

- Aus allen Gliedern einer Zeitreihe wird der Mittelwert x_{mw} gebildet

$$x_{mw} = 1/m \sum_{t=1}^{m} x_t$$

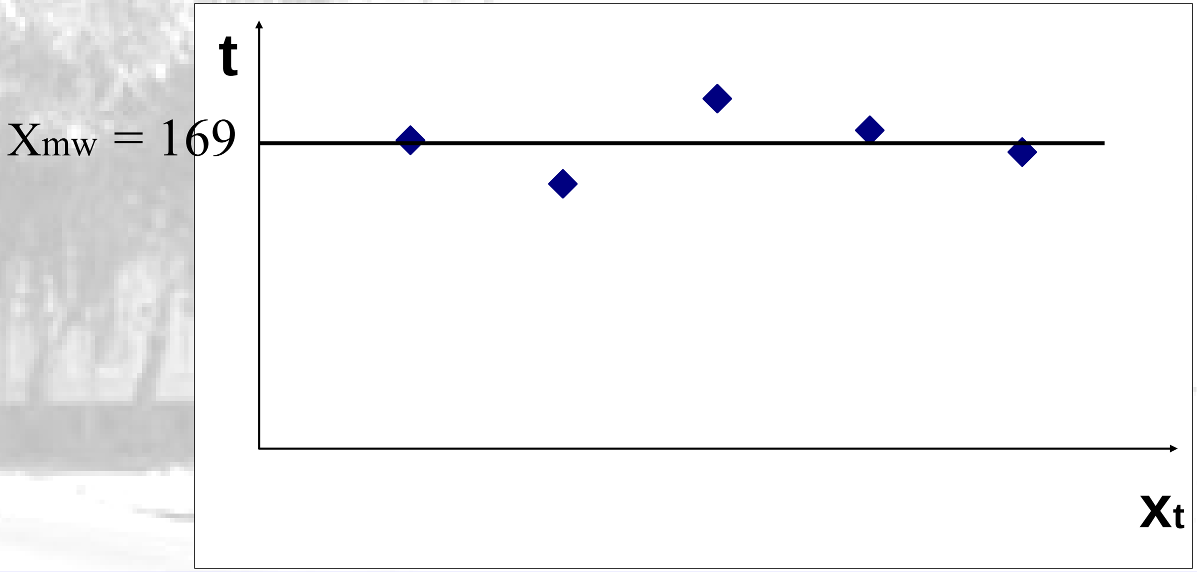
- Alle Vergangenheitswerte gehen mit gleicher Gewichtung ein
- Anwendbar bei Zeitreihen ohne Trend

3.1 Trendanalyse

(i) Einfache Mittelwertbildung

Bsp.:

t	1	2	3	4	5
x_t	169	165	173	170	168



3.1 Trendanalyse

(ii) Verfahren der gleitenden Durchschnitte

- Basiert ebenfalls auf der Berechnung von Mittelwerten
- Unterschied: Mittelwert wird nicht mit allen m Werten der Zeitreihe, sondern wiederholt mit einer Anzahl von g Werten berechnet
- Gleitendes Mittel M_t:

$$M_t = 1/g * \sum_{i=t-g+1}^{t} x_i$$

- Prognosewert $x_t(k)$ aus dem Zeitpunkt t für die Periode t + k

$$x_t(k) = 1/g * \sum_{i=t-g*k}^{t-1+k} x_i$$

3.1 Trendanalyse

(ii) Verfahren der gleitenden Durchschnitte

Bsp.: Berechnung der gleitenden Durchschnitte

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	169,0	165,0	173,0	170,0	168,0	176,0	184,0	198,0	209,0
M_t für g=3			169,0	169,3	170,3	171,3	176,0	186,0	197,0
M_t für g=5					169,0	170,4	174,2	179,2	187,0

$$M_3\ (g=3) = 1/3 * (169{,}0 + 165{,}0 + 173{,}0) = 169{,}0$$

$$M_8\ (g=5) = 1/5 * (170{,}0 + 168{,}0 + 176{,}0 + 184{,}0 + 198{,}0) = 179{,}2$$

3.1 Trendanalyse

(ii) Verfahren der gleitenden Durchschnitte

Bsp.: Ableitung der Prognosewerte

	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_i	168,0	176,0	184,0	198,0	209,0				
x_t (k) für g=3						197,0	201,3	202,4	200,2
x_t (k) für g=5						187,0	192,8	197,9	201,6

$$x_{12}\,(k) = 1/3 * (209{,}0 + 197{,}0 + 201{,}3) = 202{,}4$$

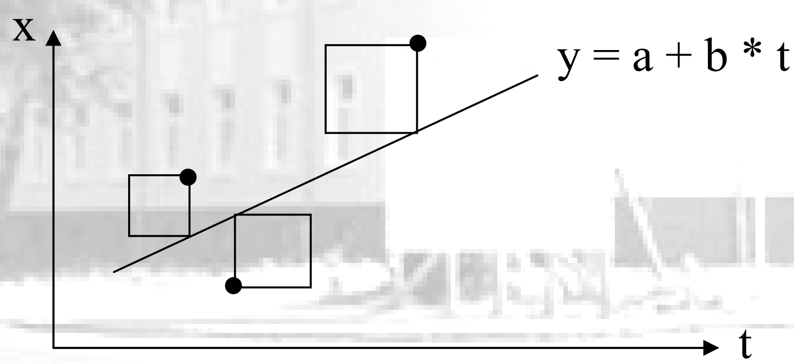
$$x_{11}\,(k) = 1/5 * (176{,}0 + 184{,}0 + 198{,}0 + 209{,}0 + 197{,}0) = 192{,}8$$

3.1 Trendanalyse

(iii) Methode der kleinsten quadratisch. Abweichung

- Bei linearer Zeitabhängigkeit einer Größe
- Trend wird durch Gerade beschrieben: $x_t = a + b * t$
- a und b so bestimmen, dass Summe der Abweichungsquadrate der Werte x_t von den Trendgeraden minimal wird

$$f(a, b) : \sum_{t=1}^{m} (x_t - (a + b * t))^2 \rightarrow \text{Min.!}$$



3.1 Trendanalyse

(iii) Methode der kleinsten quadratisch. Abweichung

Durch partielles Differenzieren:

$$b = \frac{12 \sum_{t=1}^{m} t * x_t - 6\,(m+1) \sum_{t=1}^{m} x_t}{m\,(m^2 - 1)}$$

$$a = \quad 1/m \sum_{t=1}^{m} x_t - b\,\frac{m+1}{2}$$

3.1 Trendanalyse

(iii) Methode der kleinsten quadratisch. Abweichung

Bsp.:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_t	169	165	173	170	168	176	184	198	209	195	186	185

$\sum_{t=1}^{12} x_t = 2\,178$ $\sum_{t=1}^{12} tx_t = 14\,563$ $\rightarrow b = 2{,}84 \wedge a = 163$

$\rightarrow$ Geradengleichung: $x_t = 163 + 2{,}84 * t$

$\rightarrow$ Prognosewert für t=13: $x_{12}(1) = 163 + 2{,}84 * 13 = 200$

3.1 Trendanalyse

(iv) Exponentielle Glättung erster Ordnung

$$\underbrace{\hat{x}_t(1)}_{\text{Prognosewert für Periode } t+1} = \underbrace{\alpha x_t}_{\alpha \,*\, \text{tatsächlicher Wert der Periode } t} + \underbrace{(1-\alpha)\,\hat{x}_{t-1}(1)}_{(1-\alpha) \,*\, \text{Prognosewert für die Periode } t, \text{ aufgestellt in } t_0}$$

Bsp.: (es wird $\hat{x}_0(1) = x_1$ gesetzt, $\alpha = 0{,}2$)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_t	169	165	173	170	168	176	184	198	209	
$\hat{x}_t(1)$	169	169	168	169	169	169	170	173	178	184

$$209 * 0{,}2 + (1 - 0{,}2) * 178 = 184{,}2$$

3.1 Trendanalyse

(v) Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Trend

- Fehler der exponentiellen Glättung ohne Trend nach r Zeitperioden: $b/\alpha\,(1 - (1 - \alpha)^r)$
- Für $r \to \infty$ geht der Fehler gegen $1/\alpha * b$
- Wert kann zur Anpassung an einen linearen Trend verwendet werden:

$$\underbrace{\hat{v}t\,(1)}_{\text{Prognosewert für die Periode } t+1} = \underbrace{\hat{x}t\,(1)}_{\text{exponentiell geglätteter Prognosewert (1. Ordnung) für } t+1} + \underbrace{1/\alpha * b}_{1/\alpha \text{ * Steigung der Trendgeraden}}$$

3.1 Trendanalyse

(v) Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Trend

- $b_t = \beta(x_t - x_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$ mit $0 \leq \beta \leq 1$

- Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Trend:

$$\hat{v}_t(1) = \hat{x}_t(1) + 1/\alpha\, b_t$$

$$\hat{v}_t(1) = \alpha x_t + (1 - \alpha)\,\hat{x}_{t-1}(1) + 1/\alpha b_t$$

3.1 Trendanalyse

(v) Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Trend

Bsp.: ($\alpha = \beta = 0{,}2$)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_t	169	165	173	170	168	176	184	198	209	195	186	185	
b_t	0	-0,8	0,96	0,17	-0,26	1,39	2,71	4,97	6,17	2,14	0,01	-0,2	
$\hat{x}_t(1)$	169	169	168	169	169	169	170	173	178	184	186	186	186
$\hat{v}_t(1)$	-	169	164	174	170	168	177	187	203	215	197	186	185

$$0{,}2 * (185 – 186) + (1 – 0{,}2) * 0{,}01 = -0{,}192$$

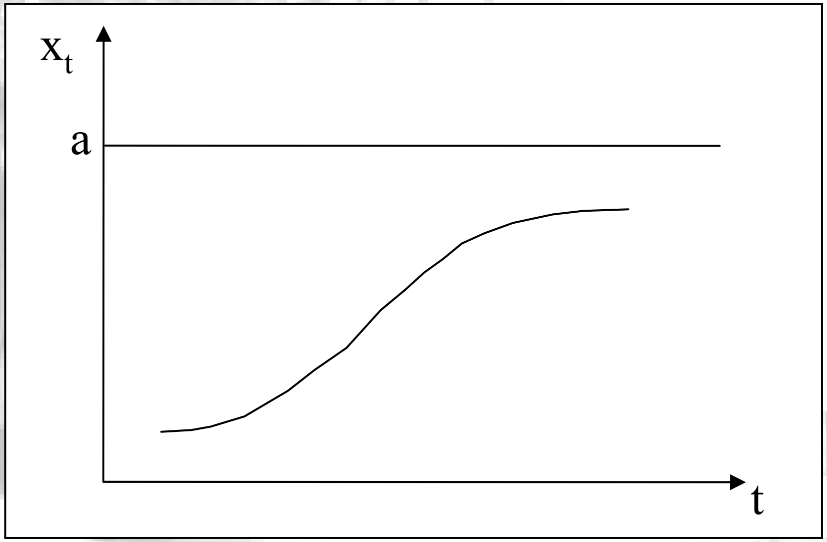
$$0{,}2 * 185 + (1 – 0{,}2) * 186 + 1/0{,}2 * -0{,}2 = 184{,}8$$

3.1 Trendanalyse

(vi) Langfristige Vorhersageverfahren

- Beziehen sich meist auf makoökonomische Größen
- Langfristige Wachstumsfunktion als logistische Kurve:

$$x_t = a * b^{e(ct)}$$



a ist die Sättigungsgrenze für x_t

3.1 Trendanalyse

(vi) Langfristige Vorhersageverfahren

- Wachstumskurven werden in der Praxis häufig für langfristige Bedarfsprognosen von Gebrauchsgütern herangezogen
- Probleme bei der Anwendung:
  - Bezug auf makroökonomische Größen → Veränderungen von Marktanteilen werden nicht berücksichtigt
  - Lebensdauer eines Gutes muss bekannt sein: Unterscheidung zwischen Erst- und Ersatzbedarf
  - Notwendig: autonome Schätzung der Sättigungsgrenze (die sich langfristig ändern kann)

3.2 Berücksichtigung von Zyklus und Saison

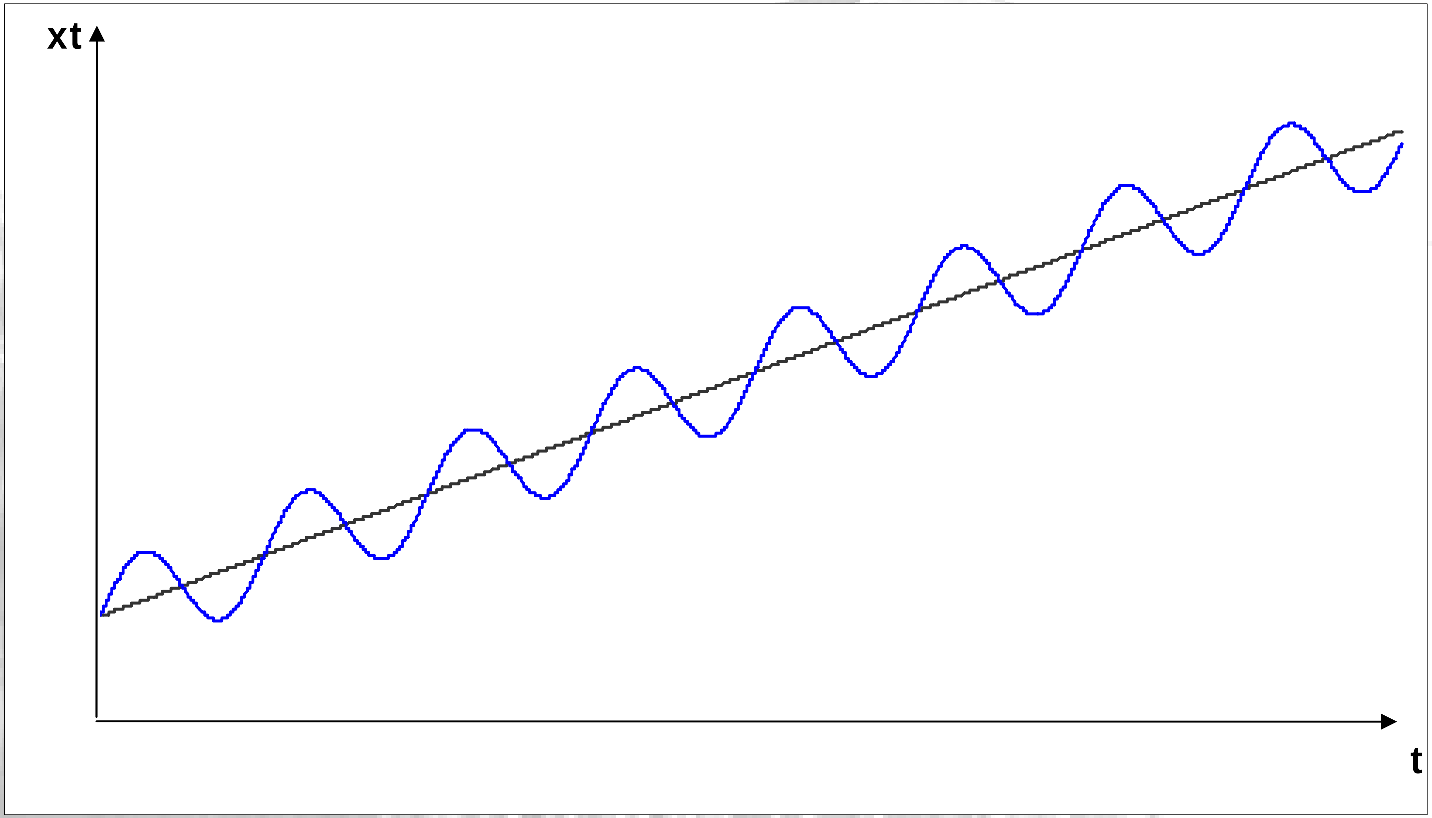
Häufig erforderlich bei Finanzplanung

1) durchschnittliche Monatsgrößen über mehrere Jahre berechnen → einfache Mittelwertberechnung

2) Tatsächliche Monatsgrößen für jedes Jahr als Prozentsätze der unter 1) errechneten Durchschnittsgröße ermitteln

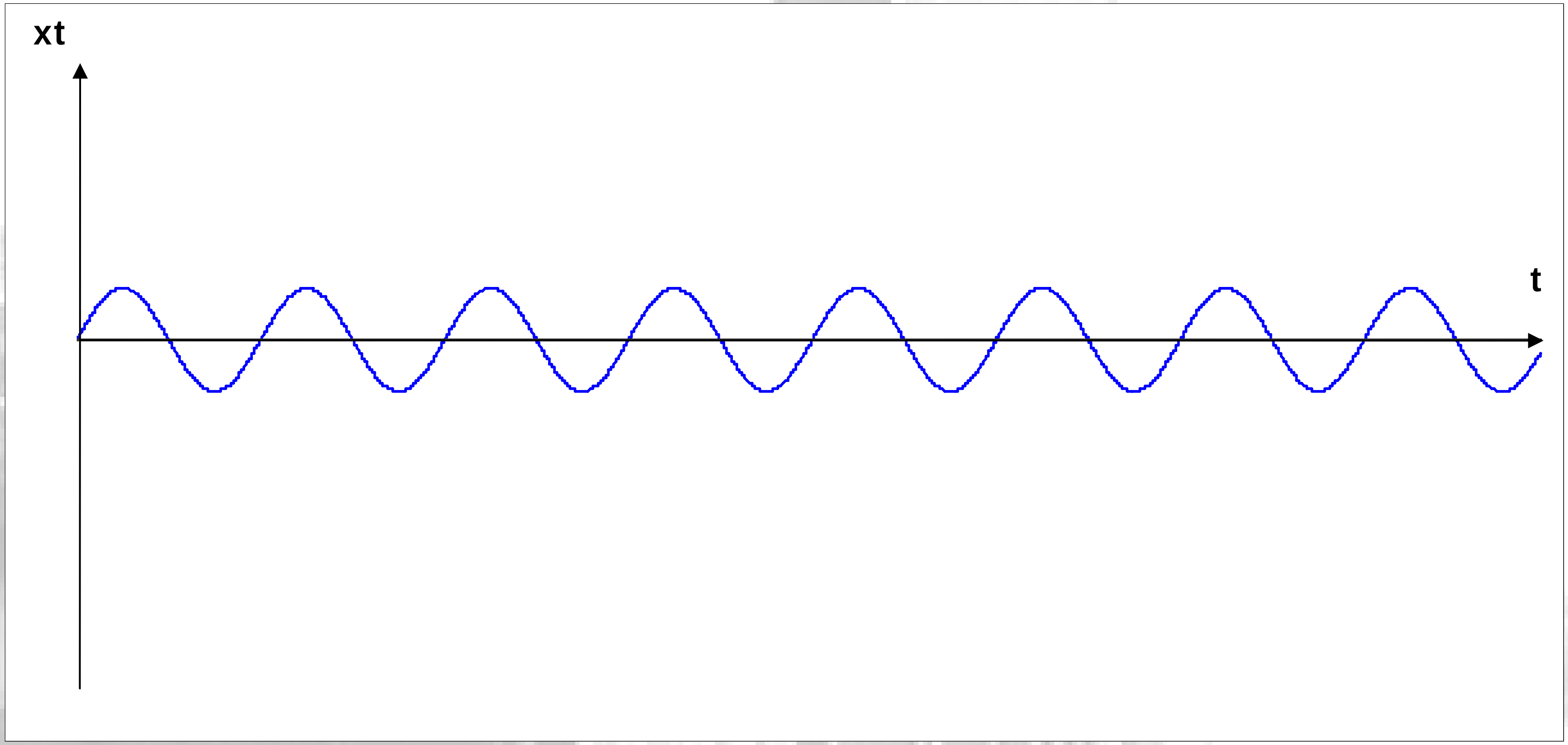
3) Mittelwert aus monatliche Prozentzahlen der einzelnen Jahre bilden → Mittelwert ergeben für jeden Monat einen Indexwert, aus den zwölf Indexwerten sind Saisonbewegungen der Vergangenheit ersichtlich

3.2 Berücksichtigung von Zyklus und Saison



Zyklischer Verlauf einer Zeitreihe um einen linearen Trend

3.2 Berücksichtigung von Zyklus und Saison



Transformation des zyklischen Verlaufs einer Zeitreihe auf die Zeitachse

4. Kausale Prognosen

- Darstellung einer Größe in Abhängigkeit einer anderen
- Für zwei Größen y, x gilt allgemein: $y = f(x)$
- Für die Prognose von y aus x sind zwei Konstellationen denkbar:

  1) Wurde x beobachtet, kann nach k Perioden regelmäßig mit der Beobachtung von y gerechnet werden (Time lag):

  $$y(t + k) = f(x(t))$$

  2) y und x treten regelmäßig gleichmäßig auf, wobei x durch ein extrapolierendes Verfahren prognostiziert werden kann:

  $$y(t + k) = f(x(t + k))$$

4. Kausale Prognosen

- Deterministische Prognosen:
  - y und x stehen in Ursache-Wirkungs-Zusammenhang
  - Prognose unter sicherer Erwartung → eindeutige Prognose

- Stochastische Prognosen:
  - Zusammenhänge zwischen Größen nicht eindeutig determiniert
  - Prognose unter Unsicherheit

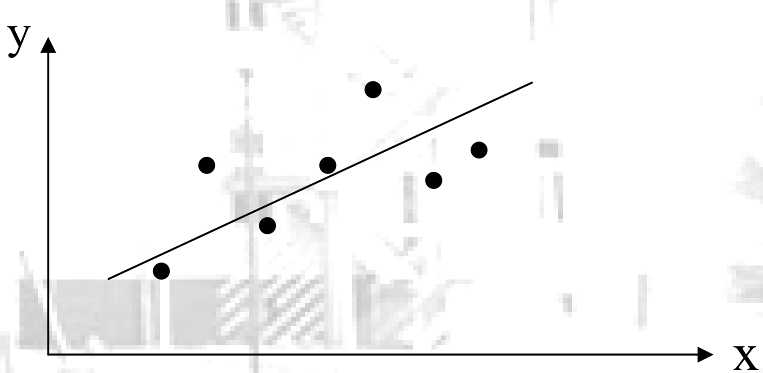
4. Kausale Prognosen

- Verwendung von einfachen und multiplen Regressionsansätzen
- Lineare Einfachregression: zwei Größen (x und y) stehen in folgendem linearen Zusammenhang:

$$y = a + b * x$$

x = erklärende Größe

y = erklärte Größe



4. Kausale Prognosen

- $f(a, b) : \sum_{i=1}^{n} (y_i - (a + b * x_i))^2 \rightarrow \text{Min.!}$

- $\sum_{i=1}^{n} y_i = a * n + b \sum_{i=1}^{n} x_i$

  $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a \sum_{i=1}^{n} x_i + b \sum_{i=1}^{n} x_i^2$

- $$a = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

  $$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

4. Kausale Prognosen

- Weitere einfache, nicht lineare Regressionsansätze:
  - Exponentialfunktion: $y = a * e^{b*x}$
  - Logarithmische Funktion: $y = a * \log(b + c * x)$
  - Parabel: $y = a + b * x + c * x^2$

- Grundgleichung für lineare multiple Regression:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_kx_k$$

5. Fazit

Mit welchem Verfahren erzielt man die genaueste Prognose?

6. Literatur

- Perridon, L. und Steiner, M.: Finanzwirtschaft der Unternehmung; 13. Auflage, München 2004; S. 633 – 650